R-NS ~~act~~ действие для струны:

$$S = \frac{1}{4\pi}\int d^2z \left(\frac{2}{\alpha'} \partial X^\mu \bar\partial X_\mu + \psi^\mu \bar\partial \psi_\mu + \tilde\psi^\mu \partial \tilde\psi_\mu \right)$$

$T = -\frac{1}{2}(\partial X \partial X + \psi \partial \psi)$

$\psi^\mu, \tilde\psi^\mu$ – киральн. ферм. на мировом листе. $T_F = i\psi^\mu \partial X_\mu$;

SUSY rules: сохр. ферм. ток.

$$\delta X^\mu(z,\bar z) = -\epsilon\left(f(z)\psi^\mu(z) + \bar f(\bar z)\tilde\psi^\mu(\bar z)\right)$$

$$\delta\psi^\mu(z) = \epsilon f(z)\partial X^\mu(z)$$

$$\delta\tilde\psi^\mu(\bar z) = \epsilon \bar f(\bar z)\bar\partial X^\mu(z)$$

После квантования: $\partial X^\mu(z) = -i\sum_{n\in\mathbb{Z}} \frac{a_n^\mu}{z^{n+1}}$

$$\psi^\mu(z) = \sum_r \frac{\psi_r^\mu}{z^{r+1/2}}$$

сдвиг на 1/2

Граничные условия для фермионов.

R: $2r = 0 \mod 2$ (только четные) $\psi \to -\psi$ при обходе.

NS: $2r = 1 \mod 2$ (нечетные) $\psi \to +\psi$

обход вокруг струны: $z' = e^{2\pi i} z$; $\psi^\mu(z') = e^{\pi i(2r+1)}\psi(z)$

$$[a_m^\mu, a_n^\nu] = m\eta^{\mu\nu}\delta_{m+n,0}$$

$$\{\psi_r^\mu, \psi_s^\nu\} = \eta^{\mu\nu}\delta_{r+s,0}$$

Тензор энергии-импульса: $T = \sum_{n\in\mathbb{Z}} \frac{L_n}{z^{n+2}}$; $T_F = \sum_{2r\in\mathbb{Z}^\pm} \frac{G_r}{z^{r+3/2}}$

$$\begin{cases} L_m = \frac{1}{2}\left(\sum_{n\in\mathbb{Z}} :a_{m-n}^\mu a_{\mu,n}: + \sum_{2r\in\mathbb{Z}^\pm}\left(r-\frac{m}{2}\right) :\psi_{\mu,m-r}^\mu \psi_{\mu,r}:\right) + L_m^{gh} + A_{R,NS}\delta_{m,0} \\ G_r = \sum_{n\in\mathbb{Z}} a_n^\mu \psi_{\mu,r-n} + G_r^{gh}; \quad A_{R,NS} = \left(\underset{R}{0}, \underset{NS}{-\frac{1}{2}}\right) \end{cases}$$

массовый спектр: $L_0|\psi\rangle = 0$; $L_0 = H$ – гамильтониан.

$$H = \begin{cases} \frac{1}{2}p^2 + N, & R \\ \frac{1}{2}p^2 + N - \frac{1}{2}, & NS \end{cases} \qquad N = \sum_{n>0} a_{-n}^\mu a_{\mu,n} + \sum_{r>0} r\psi_{-r}^\mu \psi_{\mu r}$$

число частиц.

R-Основное состояние: $a^\mu_n |0;p\rangle_R = \psi^\mu_n |0;p\rangle_R = 0 \quad \forall\, n>0$

$$a^\mu_0 |0;p\rangle_R = p^\mu |0;p\rangle_R$$

$\{\psi^\mu_0, \psi^\nu_0\} = \eta_{\mu\nu}$ — алгебра Клиффорда.

$\psi^\mu_0 |0;p\rangle_R = \Gamma^\mu |0;p\rangle_R$ действует как Γ-матрица 10-мерная.

$|0;p\rangle^\pm_R \in 16_\pm$ of $SO(1,9)$.

$L_0 |0;p\rangle^\pm_R = 0 \Rightarrow \begin{cases} p^2 = 0 & \text{(состояние безмассовое)} \\ p^\mu \Gamma_\mu |0;p\rangle^\pm_R = 0 & \text{(ур-е Дирака)} \end{cases}$

$G_0 |0;p\rangle^\pm_R = 0$

$$|0;p\rangle^\pm_R \in 8 \oplus \bar{8} \text{ of } SO(8)$$

NS - осн. состояние: $a^\mu_n |0;p\rangle_{NS} = \psi^\mu_n |0;p\rangle_{NS} = 0 \quad \forall\, n>0$

$|0;p\rangle_{NS}$ - единств. тахионное состояние.

$$N = \sum_{n>0} a^\mu_{-n} a_{\mu n} + \sum_{r \in (\mathbb{Z}^+ + 1/2)} r\, \psi^\mu_{-r} \psi_{\mu r}$$

первое возб. состояние: $\upsilon^\mu \psi_{\mu,-1/2} |0;p\rangle_{NS} = |\upsilon;p\rangle_{NS}$

$$N |\upsilon;p\rangle_{NS} = \frac{1}{2} |\upsilon;p\rangle_{NS}$$

$H |\upsilon;p\rangle_{NS} = \frac{1}{2} p^2 |\upsilon;p\rangle_{NS} \Rightarrow p^2 = 0$ безмассовое.

$\cancel{G_{-1/2}}$ $\quad G_{-1/2} |\upsilon;p\rangle_{NS} = p^\mu \upsilon_\mu |\upsilon;p\rangle_{NS} \Rightarrow p^\mu \upsilon_\mu = 0$ фикс. калибр-

$|\upsilon;p\rangle_{NS} \in 8_v$ of $SO(8)$;

$G_{-1/2} |\varphi;p\rangle_{NS} = |p;p\rangle_{NS}$ (калибр. степень свободы состояния $|\upsilon;p\rangle_{NS}$. ~~E~~ надо убрать).

Спектр масс:

R: $8 \oplus \bar{8}$

NS: 8_v

$$G = \begin{cases} \Gamma (-1)^{\sum_{n=1}^\infty \psi^i_{-n} \psi_{i,n}} \\ (-1)^\wedge\left(\sum_{n=1}^\infty \psi^i_{-(n-1/2)} \psi_{i(n-1/2)} + 1\right) \end{cases}$$

в NS-секторе следует оставить только состояния $G|\psi\rangle = +|\psi\rangle$

GSO проекция. ($N_F = 2n+1$)

$\boxed{IIA}$ правые и левые моды разной киральности $\boxed{6.2}$

$$(NS,NS) \quad 8_V \otimes 8_V = 1+28+35 \quad \overset{35}{G_{MN}},\ \overset{28}{B_{MN}},\ \overset{1}{\Phi}$$

$$(NS, R_+) \quad 8_V \otimes 8_+ = 8_- + 56_- \quad \lambda_- ;\ \Psi_{M-}$$

$$(NS, \tilde{R}_-) \quad 8_V \otimes 8_- = 8_+ + 56_+ \quad \lambda_+ ;\ \Psi_{M+}$$

$$(R_+, R_-) \quad 8_+ \otimes 8_- = 8_V + 56_V ;\ A_M ;\ C_{MNK}$$

$$\frac{8!}{3!\,5!} = \frac{6\cdot 7\cdot 8}{8} = 50$$

$\boxed{IIB}$ правые и левые одинаковой киральности

$$(NS,NS) \quad 8_V \times 8_V = 1+28+35 ; \quad G_{MN}, B_{MN}, \Phi$$

$$(NS, R_+) \quad 8_V \times 8_+ = 8_- + 56_- ; \quad \lambda^1_-,\ \Psi^1_{M-} ;$$

$$(R_+, NS) \quad 8_+ \times 8_V = 8_- + 56_- ; \quad \lambda^2_-,\ \Psi^2_{M-} ;$$

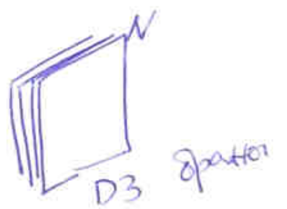
$$(R_+, R_+) \quad 8_+ \times 8_+ = 1 + 28 + 35_+ ; \quad C_0,\ C_{MN} ;\ C_{MNKL}$$

самодуальная

$$\frac{8!}{4!\,4!} = \frac{5\cdot 6\cdot 7\cdot 8}{6\cdot 4} \cdot 2 = 35 \cdot 2$$

---

1. D-браны с пространственным заполнением дают интересную феноменологию.
2. Для согласованности наряду с D-бранами следует включать объекты с отриц. натяжением (чтоб тожд. Бьянки вып.). Это ориентиобразия, которые возникают при факторизации струнных мод.
3. Факторизация стр. мод на CY ⇒ ориентиобразия CY.



→ $SU(N)$ калибровочные поля.
можно конструировать модели физики частиц.

$\mathcal{N}=1$ компактификации. CY ориентифолды.

Дискретная симметрия: $\mathcal{O} = \Omega_p (-1)^{F_L} \sigma$

Ω_p - четность на мировом листе струны: $\Omega: (\sigma_1, \sigma_2) \to (2\pi - \sigma_1, \sigma_2)$

F_L - число L-фермионов (простр.-врем.)

$\sigma^* J = -J$ для сохранения суперсимметрии $\mathcal{N}=1$.

$\sigma^* \Omega = e^{2i\theta} \bar{\Omega}$; $\Omega \wedge \bar{\Omega} \sim J \wedge J \wedge J$

$\sigma^2 = 1$

$\sigma: H^{p,q} \to H^{q,p}$ для IIA на CY

Определение: проекция ориентифолдинга - проекция оператором Ω, кот. действует на мировом листе.

Ω нужна, чтобы уменьшить число гравитино. $\mathcal{N}=2 \Rightarrow \mathcal{N}=1$ в $D=10$.

Компактификации:

$$M = \mathbb{R}^{1,3} \times \begin{cases} CY_3, & \mathcal{N}=2 \\ K3\times\mathbb{T}^2, & \mathcal{N}=4 \\ \mathbb{T}^6, & \mathcal{N}=8 \end{cases} \quad \begin{vmatrix} \mathcal{N}=1 \\ \mathcal{N}=2 \\ \mathcal{N}=4 \end{vmatrix}$$

Простой пример: тор с $\mathcal{N}=4$ суперсимметрией.

компл. коорд. z^i: $\sigma z^i \sigma^{-1} = \bar{z}^i$; $x^{\dot a} \xrightarrow{\sigma} x^{\dot a}$, $y^{\dot a} \xrightarrow{\sigma} -y^{\dot a}$

IIA:

NSNS: $\{G_{\mu\nu}, G_{ij}, G_{ab}, B_{\mu a}, B_{ia}, \phi\}$

RR: ~~$\{(C_1)_a, (C_3)_{\mu ab}, (C_3)_{iab}; (C_3)_{\mu ij}, (C_3)_{\mu\nu i}, (C_3)_{ij}{}^k\}$~~

$\{C_\mu, C_a, C_{\mu\nu\rho}, C_{\mu ij}, C_{\mu ab}, C_{\mu\nu a}, C_{aij}, C_{abc}\}$;

$\mathcal{N}=4$ gravity $(1\times 2 + 6\times 1 + 2\times 0) + n_v = 6$ vector $(1\times 1 + 6\times 0)$

Бозонний спектр:

	Ω_p	$(-1)^{F_L}$	σ (O-inv)
G_{MN}	$+1$	$+1$	$+1$
B_{MN}	-1	$+1$	-1
ϕ	$+1$	$+1$	$+1$
C_M	$+1$	-1	-1
C_{MNK}	-1	-1	$+1$

$\sigma: H^{p,q} \longrightarrow H^{q,p}$; $(1,1) \to (1,1)$

$(2,1) \to (1,2)$

$H^{(1,1)} = H_+^{(1,1)} \oplus H_-^{(1,1)}$

$H^3 = H_+^3 \oplus H_-^3$

coh. group	$H_+^{1,1}$	$H_-^{1,1}$	$H_+^{2,2}$	$H_-^{2,2}$	H_+^3	H_-^3
dimension	$h_+^{1,1}$	$h_-^{1,1}$	$h_-^{1,1}$	$h_+^{1,1}$	$h^{2,1}+1$	$h^{2,1}+1$
basis	ω_α	ω_a	$\tilde{\omega}^a$	$\tilde{\omega}^\alpha$	$a_{\hat{k}}$	$b^{\hat{k}}$

$J\wedge J\wedge J \sim \Omega\wedge\bar{\Omega}$ $\qquad \sigma(\Omega\wedge\bar{\Omega}) = -\Omega\wedge\bar{\Omega}$

$\sigma(J\wedge J\wedge J) = -J\wedge J\wedge J$

$\omega_I \wedge \tilde{\omega}^J$

$\Rightarrow \sigma(\omega_\alpha\wedge\tilde{\omega}^\alpha) = -\omega_\alpha\wedge\tilde{\omega}^\alpha \Rightarrow \sigma(\tilde{\omega}^\alpha) = -\tilde{\omega}^\alpha$

$\Rightarrow h_+^{3,3} = 0,\ h_-^{3,3} = 1$; $h_+^{0,0} = 1,\ h_-^{0,0} = 0$

$H^3 = H_+^3 \oplus H_-^3$ – не зависи от компл. структури.

$\int a_{\hat{k}} \wedge b^{\hat{l}} = \delta_{\hat{k}}^{\hat{l}}$; $\hat{k}, \hat{l} = \overline{0, \dots, h^{2,1}}$;

Разложение полей по базисным формам.

1. Кэлеровы модули:

$\mathcal{J}$ - odd $\Rightarrow$ $\mathcal{J} = v^a(x)\omega_a$; $a = \overline{1, h_-^{1,1}}$

$\hat{B}_2$ - odd $\Rightarrow$ $\hat{B}_2 = b^a(x)\omega_a$;

note: $B_{\mu\nu}$ уходит из спектра

компл. координаты: $t^a = v^a + i b^a$

метрика: (действительная кэлерова метрика) $G_{ab} = \frac{1}{2Vol}\int \omega_a \wedge * \omega_b$ $(\in \mathbb{R})$

2. Модули комплексной структуры:

$\Omega = Z^{\hat{k}} a_{\hat{k}} - \mathcal{F}_{\hat{l}}(z) b^{\hat{l}}$;

т.к. $\sigma\Omega = e^{2i\theta}\bar{\Omega}$ $\Rightarrow$ $Z^{\hat{k}} - e^{2i\theta}\bar{Z}^{\hat{k}} = 0$

$$\boxed{\begin{aligned} &\mathrm{Im}(e^{-i\theta} Z^{\hat{k}}) = 0 \\ &\mathrm{Re}(e^{-i\theta} \mathcal{F}_{\hat{l}}) = 0 \end{aligned}}$$

т.к. $\Omega \to \Omega e^{-h(z)}$ $\to$ одно из уравнений лишнее

$K \to K + h + \bar{h}$

1) $\mathrm{Im}(e^{-i\theta} Z^{\hat{k}}) = 0$ $\Rightarrow$ $h^{2,1}$ real equations for $(h^{2,1}+1)$ complex scalars Z^K. $(K = \overline{1, h^{2,1}})$ (остается половина Z^K)

2) $\mathrm{Re}(e^{-i\theta} \mathcal{F}_{\hat{l}}) = 0$ $\to$ накл. ограничений на периоды (фор. в терминах матрица $M_{\hat{k}\hat{l}}$ в $N=1,2$ SUGRA)

$Z^{\hat{k}} = \int \Omega \wedge b^{\hat{k}}$, $\mathcal{F}_{\hat{k}} = \int \Omega \wedge a_{\hat{k}}$

Остается степень свободы $K \to K + 2\mathrm{Re}\, h$
$\Omega \to \Omega e^{-\mathrm{Re}\, h}$

используется для перехода от $h^{2,1}+1$ real coord. $\mathrm{Re}(e^{-i\theta} Z^{\hat{k}})$
к коорд. $h^{2,1}$ на проект. пр-ве. $\mathrm{Re}(e^{-i\theta} Z^{\hat{k}}) = 1$ fix $\hat{k}$.

Однако, удобнее: $C = r e^{-i\theta}$; $C \to C e^{\mathrm{Re}\, h}$

Впоследствии: $r \sim \frac{1}{\phi}$ $\Rightarrow$ $C\Omega$ зависит от $(h^{2,1}+1)$ Re парам.

3. Калибровочные поля

1) $\hat{A}_1$ полностью уходит т.к. она σ-нечетная.

2) $\hat{C}_3 = c_3 + A^\alpha \wedge \omega_\alpha + \underbrace{\xi^{\hat{k}} a_{\hat{k}}}_{''C_3}$

c_3: нет физических степеней свободы, но будет давать вклад в суперпотенциал.

Из Лагранжиана получится, что надо объединить

$$\Omega_c = C_3 + 2i\,\mathrm{Re}(C\Omega);$$

$$\Omega_c = 2N^{\hat{k}} a_{\hat{k}}\ ;\ N^{\hat{k}} = \frac{1}{2}\int \Omega_c \wedge b^{\hat{k}} = \frac{1}{2}\left(\xi^{\hat{k}} + 2i\,\mathrm{Re}(Cz^{\hat{k}})\right)$$

просто объединили

Ω и C_3 потеряли половину степеней свободы и объединились в Ω_c.

Состав полей:

грав.	1	$g_{\mu\nu}$
вект.	$h_+^{(1,1)}$	A^α
кирал.	$h_-^{(1,1)}$	t^a
кирал.	$h^{(2,1)}+1$	$N^{\hat{k}} = \frac{1}{2}\left(\xi^{\hat{k}} + 2i\,\mathrm{Re}(Cz^{\hat{k}})\right)$

$N=1$ суперсимметрия.

Действие в виде $N=1$ супергравитации.

$$S = -\int \frac{1}{2}R*\mathbb{1} + K_{I\bar{J}}\, dM^I \wedge * d\bar{M}^{\bar{J}} + \frac{1}{2}\mathrm{Re}\, f_{\alpha\beta} F^\alpha \wedge * F^\beta + \frac{1}{2}\mathrm{Im}\, f_{\alpha\beta} F^\alpha \wedge F^\beta + V*\mathbb{1}.$$

$$\boxed{e^D = e^{\varphi}\left(\frac{K}{6}\right)^{-1/2}}$$

$$V = e^K\left(K^{I\bar{J}} D_I W D_{\bar{J}}\bar{W} - 3|W|^2\right) + \frac{1}{2}(\mathrm{Re}\, f)^{-1\,\alpha\beta} D_\alpha D_\beta$$

Без флаксов получается:

$$S = \int -\frac{1}{2}R*\mathbb{1} - G_{ab}\, dt^a \wedge * d\bar{t}^b + \frac{1}{2}\mathrm{Im}\, N_{\alpha\beta} F^\alpha \wedge * F^\beta + \frac{1}{2}\mathrm{Re}\, N_{\alpha\beta} F^\alpha \wedge F^\beta$$
$$- dD \wedge * dD - G_{KL}\, dq^K \wedge dq^L + \frac{1}{2}e^{2D}\,\mathrm{Im}\, M_{\hat{K}\hat{L}}\, d\xi^{\hat{K}} \wedge * d\xi^{\hat{L}}$$

~~Ка~~ Кэлеров потенциал: 6.5

$$K = -\ln\left[\frac{4}{3}\int J\wedge J\wedge J\right] - 2\ln\left[2\int \mathrm{Re}(C\Omega)\wedge * \mathrm{Re}(C\Omega)\right]$$

$$K^K = \ln\left(\frac{4}{3}\int J\wedge J\wedge J\right) = \ln\left[\frac{i}{6} K_{abc}(t-\bar t)^a (t-\bar t)^b (t-\bar t)^c\right]$$

входят только кэл. модули

$$K_{abc} = \int \omega_a\wedge\omega_b\wedge\omega_c$$

$$\boxed{K_{t^a} K^{t^a \bar t^b} K_{\bar t^b} = 3} \rightarrow \text{no-scale condition}$$

W содержит флаксы и e_0, кот. приходит из c_3.

без флаксов ~~и e_0~~:

$$V = e^K\left(K^{IJ} K_I K_J \cdot |W|^2 - 3|W|^2\right) = 0.$$

нет космологической постоянной.

no-scale: нет зависимости от F-членов для суперпотенциала;

$F_I = D_I W$; если $\partial_I W = 0$ (а это так в отс. флаксов)

то зав. от F_I выпадает.