

# Mathematical Problems in Quantum Information Technologies

Monday, 27 May 2024 - Tuesday, 28 May 2024



## Book of Abstracts



# Contents

Testing the operation of the QAOA algorithm on the quantum testbed of the HybriLIT platform . . . . .	1
Measure of entanglement production by quantum operations . . . . .	1
Grover-Diffusion operator unicity for the Grover quantum-search algorithm . . . . .	1
Electrostatic ion traps in Triangles . . . . .	2
Evading Quantum Mechanics ‘{a} la Sudarshan: quantum-mechanics-free subsystem as a realization of Koopman-von Neumann mechanics . . . . .	2
On the Quantum Gates induced from Fuchsian Systems . . . . .	3
Симуляторы квантовоподобных вычислений на основе распределенных физических систем . . . . .	3
Квантовые протоколы на базе НП состояний определенной четности . . . . .	4
Quantum fingerprinting and hashing for information transfer and database searching . .	5
Анизотропная модель взаимодействия кубита с резонатором: считывание, квантовые корреляции и слабый хаос . . . . .	5
Mathematical aspects of QUBO formulations for particle tracking algorithms . . . . .	6
Интеллектуальное управление в технических системах на основе квантового алгоритма нечеткого вывода . . . . .	7
Квантовые алгоритмы для вычислительных задач физики и химии в эпоху NISQ компьютеров. . . . .	7
Hamiltonian simulation in the Pauli basis and some physics applications . . . . .	8
Конструктивное разложение квантовой системы на подсистемы . . . . .	8
Single-qubit gate decomposition stable to Rabi-frequency fluctuations . . . . .	8
Quantum Information Scrambling and Entanglement: A Mathematical Connection . . .	9
Long-time Markovian dynamics of open quantum systems in all the orders of perturbation theory . . . . .	9
The influence of the polaron effect on the single excitation migration in the molecular chain from donor molecule: non-adiabatic polaron model . . . . .	10

On the dichotomy of “elementary versus composite” in Stratonovich-Weyl correspondence for qudits . . . . .	10
Quantum Evolution through the prism of operator growth . . . . .	11
Using quantum wavelet transform to calculate the Allan variance of noisy signals . . . .	11
Некоторые математические аспекты использования вычислителей на основе квантового отжига для решения задач оптимизации сложных многопараметрических функций .	12
Однонаправленные квантовые вычисления и принцип acausality . . . . .	13
Quantum computing with qudits . . . . .	14
Advancements in Quantum Computing in Egypt: A Journey with the Alexandria Quantum Computing Group . . . . .	14

## Testing the operation of the QAOA algorithm on the quantum testbed of the HybriLIT platform

**Author:** Yuri Palii<sup>1</sup>

**Co-author:** Alla Bogolubskaya<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Division of Computational Physics, MLIT, JINR

<sup>2</sup> JINR

**Corresponding Authors:** palii@jinr.ru, abogol@jinr.ru

A simulation of the operation of the quantum approximation optimization algorithm (QAOA) on the Cirq quantum computing simulator installed on the HybriLIT quantum polygon platform has been carried out. The problem of finding the state with the lowest energy in the Ising model with a longitudinal magnetic field for two- and three-dimensional lattices of various sizes was solved. Optimization of the parameters of the variational ansatz was carried out using both gradient and gradient-free methods. The optimization results derived by various methods were compared for a number of parameters. In the course of the work, quantum circuits with a register of up to 30 qubits were investigated.

## Measure of entanglement production by quantum operations

**Author:** Vyacheslav Yukalov<sup>1</sup>

**Co-author:** Elizaveta Yukalova<sup>1</sup>

<sup>1</sup> JINR

**Corresponding Authors:** yukalov@theor.jinr.ru, yukalova@theor.jinr.ru

V.I. Yukalov and E.P. Yukalova

Joint Institute for Nuclear Research

A measure of entanglement production by quantum operations is introduced. The suggested measure is general, being valid for operations over pure states as well as over mixed states, for equilibrium as well as for nonequilibrium processes. The measure of entanglement production satisfies all properties typical of such a characteristic. Systems of arbitrary nature can be treated, described by field operators, spin operators, or any other operators, which is realized by defining generalized correlation matrices. The interplay between entanglement production and order indices in quantum systems is analyzed. Particular cases of entanglement production are discussed.

## Grover-Diffusion operator unicity for the Grover quantum-search algorithm

**Author:** Mihai-Tiberiu Dima<sup>1</sup>

**Co-authors:** Maria Dima<sup>1</sup>; Madalina Mihailescu

<sup>1</sup> JINR - MLIT

**Corresponding Authors:** mmdima@jinr.ru, fox.alpha009@gmail.com, mtdima@jinr.ru

The repetition of Grover-diffusion operator the order of  $\sqrt{N}$  times is the essence of the Grover quantum selection algorithm. We explore what other operators could be devised in its place and show that they either diverge or vanish in the Grover iteration, thus making the known Grover-diffusion the only possible operator. We present a C++ SU(2) model of the Grover-diffusion operator implemented using our SU2 package.

10

## Electrostatic ion traps in Triangles

**Author:** Grigori Giorgadze<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Ivane Javakhishvili Tbilisi State University

**Corresponding Author:** gia.giorgadze@tsu.ge

In the talk we discuss on the equilibrium points (critical points) of the electrostatic (Coulomb) potential of three mutually repelling point charges placed at fixed points. This topics are closely related to the Maxwell conjecture for three point charges and linear electrostatic ion traps.

We show that the incenter of an isosceles triangle is a stable equilibrium point of the electrostatic potential of certain point charges placed at its vertices. To this end, explicit formulas for these charges are given and the hessian of their electrostatic potential is computed. The behaviour of this hessian in a family of triangles with the given inscribed and circumscribed circles is investigated and its extremal values are computed. As an application we prove that each point in the unit disc is a stable equilibrium point of a certain triple of point charges on its boundary, which yields an explicit scenario of robust electrostatic control in Euclidean discs.

The talk are based on the joint works [1] and [2] with G.Khimshiashvili.

Acknowledgments. The research supported by GNSF as part of grant No. FR22-354, titled “Problem of factorization and invariants of holomorphic bundles on Riemann surfaces.”

### References

- [1] Giorgadze G. and Khimshiashvili G. Incenter of triangle as a stationary point. Georgian Mathematical Journal, vol. 29, no. 4, 2022, pp. 515–525. <https://doi.org/10.1515/gmj-2022-2155>
- [2] Giorgadze G. and Khimshiashvili G. Triangles and electrostatic ion traps. J. Math. Phys. 62, 053501, 2021. <https://doi.org/10.1063/5.0040735>

11

## Evading Quantum Mechanics \'{a} la Sudarshan: quantum-mechanics-free subsystem as a realization of Koopman-von Neumann mechanics

**Author:** Zurab Silagadze<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Budker Institute of Nuclear Physics

**Corresponding Author:** silagadze@inp.nsk.su

Tsang and Caves suggested the idea of a quantum-mechanics-free subsystem in 2012. We contend that Sudarshan’s viewpoint on Koopman-von Neumann mechanics is realized in the quantum-mechanics-free subsystem. Since quantum-mechanics-free subsystems are being experimentally realized, Koopman-von Neumann mechanics is essentially transformed into an engineering science.

## On the Quantum Gates induced from Fuchsian Systems

**Author:** Nino Bregvadze<sup>None</sup>

**Corresponding Author:** nbregvadze97@gmail.com

In the holonomic model of quantum processing [1], the role of elementary gates is played by the monodromy matrices, which arise from Fuchsian systems of differential equations and act on the finite-dimensional solution spaces of the system [2]. These spaces are interpreted as the register.

In this talk, we consider quantum dynamical systems whose dynamical equations are induced from Fuchsian systems [3] and investigate the problem of the unitarity of monodromy matrices. More precisely, in a particular case, we will provide a solution to the problem: what conditions must the coefficients of the system satisfy for the corresponding monodromy to be unitary. For example, the hypergeometric equation, whose monodromy is irreducible, gives a complete basis of two-dimensional quantum gates, and from the rigidity of such equations, it follows that the unitarity condition depends only on the exponents. Namely, it is known that the monodromy is unitary if the local exponents are all real numbers. We consider system non free from accessory parameters and show that the unitarity condition depends on accessory parameters, and for the Heun equation, we give an explicit condition.

### Acknowledgements:

This work was supported by grant N FR 22-354 from the Shota Rustaveli National Science Foundation.

### References:

- 1.P. Zanardi, M.Raseli. Holonomic quantum computation. Phys. Rev.Letter A. 1999, DOI: 10.1016/S0375-9601(99)00803-8
2. G.Giorgadze,Monodromy approach to quantum computing, Int. J. Modern Physics B . 2002, vol. 16, No. 30, pp. 4593-4605, <https://doi.org/10.1142/S0217979202014607>
- 3.N.Bregvadze. Inverse problem for second order regular equations and line configuration of singular points. Proc.VIAM, 2020, vol.70, pp.17-24

## Симуляторы квантовоподобных вычислений на основе распределенных физических систем

**Authors:** Александр Аладжанц<sup>1</sup>; Дмитрий Царёв<sup>1</sup>; Мария Никитина<sup>1</sup>; Пётр Захаренко<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Университет ИТМО

**Corresponding Authors:** 79214406690@ya.ru, dmitriy\_93@mail.ru, p.zaxarenko2015@yandex.ru, alexander\_ap@list.ru

В настоящее время физическое ускорение обработки информации есть важнейшее направление исследований в квантовой физике, математике, а также информационных науках, направленное на решение проблемы больших данных. Универсальные квантовые компьютеры представляют собой один, но не единственный путь решения этой проблемы. Тенденции развития современных квантовых ,а также фотонных технологий позволяют выделить целый класс систем: т.н., машины Изинга (МИ) –квантовые, бифуркационные, цифровые, и пр., которые позволяют физически ускорить решение ряда NP-трудных задач Карпа [1]. Ускорение в таких системах не носит физически фундаментального характера, однако, оказывается весьма эффективным для решения практических задач оптимизации в бизнесе, экономике и финансах. В докладе сделан обзор таких симуляторов и выявлена их связь с имеющимися аналогами квантовых вычислителей на основе квантового отжига. Особое место в докладе уделено оптимизации графовой архитектуры рассматриваемых систем. Нами недавно предложен двумерный материал, в основе которого лежит сложный граф, ребрами которого являются светопроводящие каналы,

а в узлах помещены двухуровневые системы (атомы, квантовые точки, и т.д.) [2]. Показано, что такая система, по-сущи, представляет из себя МИ, обладающей дополнительным выигрышем по энергии благодаря выбору графовой архитектуры материала. В этой связи исследованы фазовые переходы к лазерной генерации, а также сверхизлучению в рассматриваемой структуре [2,3]. Показано, что в зависимости от топологии графа (средней связности узлов), фазовый переход может наблюдаться при малых значениях оптической накачки, практически без инверсии населенностей. Физически такое поведение может быть обосновано также со спецификой блужданий фотонов на графе материала в виде сложной сети [4].

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда 23-22-00058 “Когерентные эффекты в двухмерных квантовых материалах с интерфейсом сложных сетей”.

[1] N. Mohseni, P. L. McMahon, and T. Byrnes, Ising machines as hardware solvers of combinatorial optimization problems. *Nat. Rev Phys.* 2022, 4, 363.

[2] A. Yu. Bazhenov, M. Nikitina, and A. P. Alodjants, High temperature superradiant phase transition in quantum structures with a complex network interface, *Opt. Lett.* 2022, 47, 3119.

[3] А.Ю. Баженов, М.М. Никитина, Д.В. Царёв, А.П. Алоджантц, Случайный лазер на основе материалов в виде сложных сетевых структур, *Письма в ЖЭТФ*, 2023, 117, 819.

[4] Alexey Melnikov, M. Kordzanganeh, A. Alodjants & Ray- Kuang Lee, Quantum machine learning: from physics to software engineering, *Advances in Physics: X* 2023, 8, 2165452.

15

## Квантовые протоколы на базе НП состояний определенной четности

**Authors:** Dmitry Kuts<sup>1</sup>; Mikhail Podoshvedov<sup>2</sup>; Sergey Podoshvedov<sup>1</sup>; Sergey Kulik<sup>3</sup>

<sup>1</sup> *Laboratory of Quantum Information Processing and Quantum Computing, Quantum Engineering Laboratory, South Ural State University (SUSU), Lenin Av. 76, Chelyabinsk, Russia*

<sup>2</sup> *Laboratory of Quantum Information Processing and Quantum Computing, Quantum Engineering Laboratory, South Ural State University (SUSU), Lenin Av. 76, Chelyabinsk, Russia; Kazan Quantum Center, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev, Kazan, Russia*

<sup>3</sup> *Quantum Technology Center of Lomonosov Moscow State University, Leninskie Gory 1, build. 35, Moscow, 119991, Russia; Quantum Engineering Laboratory, South Ural State University (SUSU), Lenin Av. 76, Chelyabinsk, Russia*

**Corresponding Authors:** sergei.kulik@physics.msu.ru, sapodo68@gmail.com, tpmchel@yandex.ru, mikepodo6@gmail.com

Квантовые протоколы с состояниями с непрерывной переменной (НП) – основа дальнейшего развития оптической платформы квантовых технологий. Мы представляем обзор новых направлений развития НП оптических квантовых технологий на базе одно-модового сжатого вакуумного (ОМСВ) состояния, которое уже достаточно рутинно реализуется в различных лабораториях по всему миру. В основу реализации различных протоколов положены стандартные манипуляции ОМСВ состояниями методами линейной квантовой оптики с последующим измерением числа фотонов во вспомогательных модах. Успешное усовершенствование в последнее время технологии разрешения числа фотонов позволяет реализовать на практике новые семейства НП состояний определенной четности, которые определяются начальным состоянием на входе в оптическую схему. В рассматриваемом нами подходе фотон-разрешающие детекторы выступают как средство управления пост-измерительными состояниями сложных много-модовых запутанных состояний, реализуемых при прохождении начальных состояний через систему светоделителей. Мы показываем потенциал данных измерительно-индукционных семейств НП состояний в оптической квантовой инженерии оптических состояний кота Шредингера (КШ), оптической квантовой метрологии, а также при реализации квантового вычислителя аналитических функций по выходной измеренной статистике фотонов. Так, мы развиваем оптический протокол, который позволяет реализовать оптическое КШ состояние с амплитудой 12,5 (что соответствует среднему числу фотонов 156) с точностью  $>0,99$ . В случае использования измерительно-индукционного НП состояния совместно с когерентным состоянием для оценивания неизвестного набега фазы на выходе интерферометра Маха-Цендера обнаружено увеличение предельной чувствительности оценивания больше чем на 10 Дб по сравнению с “классической” работой С.М. Caves (*Phys. Rev. D* 23, 1693 (1981)) как раз в области небольших легко реализуемых на практике значений амплитуды сжатия  $<5$  начального ОМСВ состояния. Идея вычисления аналитических функций по выходной измерительной статистике базируется

на “умном”(не произвольном) выборе мод, в которых проводится фотон-разрешающее измерение с последующим набором статистики. НП состояния в модах, которые не подвержены измерению, также напрямую используются как входные для следующей оптической схемы (набору светоделителей) для последующего вычисления функций, но уже при других значениях аргумента. Некоторые наборы аналитических функций, которые могут быть вычислены по выходной статистике измерительных исходов в рассмотренных оптических схемах, представлены в работе.

16

## Quantum fingerprinting and hashing for information transfer and database searching

**Author:** Farid Ablayev<sup>1</sup>

**Co-author:** Aleksei Kalachev<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Kazan federal university

<sup>2</sup> Federal Research Center «Kazan Scientific Center of Russian Academy of Sciences»

**Corresponding Author:** farid.ablayev@gmail.com

Quantum fingerprinting is a family of quantum functions that began to be used in quantum algorithms in the early 2000s. They map classical objects to quantum states in such a way that different arguments can be effectively distinguished. To further highlight the additional cryptographic characteristics of quantum fingerprinting, our group uses the name “quantum hashing.”

The talk presents the basic concepts of quantum fingerprinting and hashing, as well as their experimental implementation. Discusses a) the use of cryptographic signatures in protocols and b) efficient dictionary search algorithms.

17

## Анизотропная модель взаимодействия кубита с резонатором: считывание, квантовые корреляции и слабый хаос

**Author:** А.М. Сатанин<sup>1</sup>

**Co-author:** Ю.Е. Лозовик<sup>1</sup>

<sup>1</sup> National Research University Higher School of Economics, Moscow 101000, Russia

**Corresponding Author:** asatanin@hse.ru

Как известно, конечная стадия распространения амплитуды вероятности в регистре сверхпроводниковых кубитов заканчивается процессом измерения состояний кубитов, которые связаны с резонаторами [1,2]. При этом взаимодействие кубита с измерительной модой резонатора (фотонами) может быть описано в рамках модели Раби [3]. Если константа связи кубита с полем мала по сравнению с частотами кубита и фотонной моды, то справедливо приближение вращающейся волны, позволяющее найти точно спектр и волновую функцию системы: задача сводится к точно решаемой модели Джейнса-Каммингса (Д-К) [4], когда в системе появляется дополнительный интеграл движения (непрерывная симметрия), отвечающий за сохранение числа возбуждений: спектр состоит из дублетов, обусловленных слабой связью между кубитом и осциллятором. Состояния фотонов и кубитов оказываются сильно запутанными (entanglement). Именно в рамках приближения Д-К описывается процесс считывания состояний кубита, который основан на слабом расщеплении уровней при взаимодействии с резонатором. Условие малости расщепления обеспечивается параметром, равным отношению константы связи к разности энергии кубита и резонатора. Для приложений важен вопрос о стабильности работы считающих устройств, т.е. вопрос об ограничениях на константу связи, при нарушении которых возможна

хаотизация гибридных возбуждений в модели Раби.

Мы рассматриваем более общую модель взаимодействия поля с искусственным атомом – анизотропную модель Раби –возникающую в том случае, когда связь кубита с резонатором осуществляется одновременно как посредством емкости (аналог электро-дипольного взаимодействия), так и посредством индуктивности (аналог магнито-дипольного взаимодействия), т.е. имеет место гибридная связь. При таком взаимодействии поля с кубитом в нем одновременно участвуют зарядовые и потоковые степени свободы джозефсоновской линии [5]. Несмотря на то, что в гамильтониане анизотропной модели с самого начала присутствуют контранвращательные слагаемые, при равных константах связи она точно сводится к решаемой модели Д-К. Изучая поведение квантовой паутины (квантовый аналог отображения Пуанкаре) при изменении параметров связи, мы продемонстрировали процесс разрушения интеграла движения, сохраняющегося в симметричном случае. Обнаружена корреляция в поведении длины локализации мод и нитей паутины, сопровождаемая резким возрастанием длины локализации, свидетельствующая об образовании каналов туннелирования между группами состояний, отвечающих различным значениям разрушающегося интеграла движения. Из проведенных расчетов следует, что наличие знакопеременных матричных элементов создает «сложность» в поведении спектра получаемых матриц анизотропной модели. При этом структура спектра анизотропной модели Раби не следует стандартной классификации случайных матриц, установленной для простейших ансамблей матриц, в которых наблюдается переход от распределения Пуассона к распределению Вигнера с ростом недиагональных элементов. Для анизотропной модели прослеживается связь с матрицами древовидной структуры или матрицами осцилляторного типа с плотной структурой уровней (типа распределения промежутков между «щеколдами старого забора»). Важным выводом из проведенного рассмотрения можно считать обнаруженную стабильность системы при равных константах связи, что позволяет расширить дисперсионный метод измерений состояний кубитов в режиме сильной связи.

Исследование осуществлено в рамках Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ.

[1] Krantz P, Kjaergaard M., Yan F., Orlando T. P., Gustavsson S., Oliver W. D., A quantum engineer's guide to superconducting qubits //Appl. Phys. Rev. 6, 021318 (2019).

[2] Вожаков В. А., Бастракова М. В., Кленов Н. В., Соловьев И. И., Погосов В. В., Бабухин Д. В., Жуков А. А., Сатанин А. М. Управление состояниями в сверхпроводниковых квантовых процессорах // Успехи физических наук. 2022. Т. 192. № 5.

[3] Rabi I. I. Space quantization in a gyrating magnetic field// Phys. Rev. 51, 652 (1937).

[4] Jaynes, E.T. and Cummings, F.W. Comparison of Quantum and Semiclassical Radiation Theories with Application to the Beam Maser//Proceedings of the IEEE, 51, 89-109(1963).

[5] Semenov A.A., Satanin A.M. Generation of Electromagnetic Pulses by an Array of Josephson Qubits with Hybrid Coupling to a Resonator// Russ Microelectron 52 (Suppl 1), S373–S378 (2023).

## Mathematical aspects of QUBO formulations for particle tracking algorithms

**Author:** Martin Bures<sup>1</sup>

**Co-authors:** Gennady Ososkov<sup>2</sup>; Ivan Kadochnikov<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Bogoliubov Laboratory for Theoretical Physics

<sup>2</sup> Joint Institute for Nuclear Research

<sup>3</sup> JINR

**Corresponding Authors:** kadivas@jinr.ru, ososkov@jinr.ru, martin\_bures@email.cz

SPD (Spin Physics Detector) is a planned future experiment on the NICA megascience project developed in Dubna. Based on modeling data of the SPD experiment, this work is the first attempt to use the Hopfield network approach to formulate a QUBO problem and use simulated annealing to estimate the feasibility of the future use of quantum annealing to speed up present SPD particle tracking approaches. In this talk, we will stress several aspects of formulating particle tracking as QUBO, especially how to implement constraints.

## **Интеллектуальное управление в технических системах на основе квантового алгоритма нечеткого вывода**

**Authors:** Andrey Reshetnikov<sup>1</sup>; Михаил Катулин<sup>None</sup>; Сергей Ульянов<sup>None</sup>

<sup>1</sup> Ph.D.

**Corresponding Author:** agreshetnikov@gmail.com

Работа посвящена представлению программно-алгоритмической платформы интеллектуального управления (на примере квантовых самоорганизующихся регуляторов в контуре управления) для различных технических систем.

Основной идеей применения интеллектуального управления является разработка унифицированного инструментария для проектирования встраиваемых самоорганизующихся интеллектуальных контроллеров с целью повышения эффективности и надежности ее функциональности и эксплуатации. При этом обеспечиваются оптимальные параметры качества управления: устойчивость, управляемость и робастность при минимальной сложности реализации управления.

В данном докладе представлены информационные технологии проектирования интеллектуальных систем управления на основе нечеткой логики, нейронных сетей, генетических алгоритмов и квантовых вычислений. На примерах действующих систем со встроенными самоорганизующимися квантовыми регуляторами рассматривается и обосновывается выбранная структура интеллектуальной системы управления. Экспериментально продемонстрирована работоспособность и эффективность разработанной интеллектуальной системы управления на технологиях квантовых мягких вычислений.

Результаты исследований и экспериментов подтверждают, что разработанный инструментарий является эффективным и позволяет:

- (1) осуществить принцип проектирования оптимальной ИСУ с максимальным уровнем надежности и управляемости сложным ОУ в условиях неопределенности исходной информации;
- (2) эффективно использовать его для плохо формализованных и слабоструктурированных объектов управления, извлекая знания непосредственно из сигналов с реального физического объекта.
- (3) не изменяя нижний уровень системы управления повысить её робастность и эффективность.

## **Квантовые алгоритмы для вычислительных задач физики и химии в эпоху NISQ компьютеров.**

**Author:** Виктор Юшанхай<sup>1</sup>

**Co-author:** Людмила Сюракшина<sup>2</sup>

<sup>1</sup> BLTP JINR

<sup>2</sup> MLIT JINR

**Corresponding Authors:** yushankh@theor.jinr.ru, siuraksh@jinr.ru

Созданные к настоящему времени цифровые квантовые компьютеры относят к классу NISQ (Noisy Intermediate-Scale Quantum) устройств. Ограниченные по числу кубитов, времени когерентности и точности выполняемых логических операций эти устройства, тем не менее, находят применение для численного анализа растущего круга модельных вычислительных задач физики и квантовой химии. В этот круг входят модели теории электронного строения вещества, включая системы с сильными электронными корреляциями, квантового магнетизма, сильно неравновесной динамики квантовых систем. В докладе представлен краткий обзор квантовых алгоритмов для решения указанных задач как с применением реальных NISQ компьютеров, так и с помощью квантовых симуляторов, реализуемых на компьютерах с классической архитектурой.

21

## Hamiltonian simulation in the Pauli basis and some physics applications

**Author:** Alexander Tsirulev<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Tver State University

**Corresponding Author:** tsirulev.an@tversu.ru

We propose a new method for computing operator exponentials for Hamiltonians that can be spanned by a set of n-qubit Pauli operators closed with respect to the composition. The method is based on the use of the Cauchy integral formula, in which the resolvent is represented in the form of a linear combination of the same Pauli operators, as the Hamiltonian under consideration, with unknown coefficients. The final result can be obtained by the method of residues. As examples of the application of the method, we consider some toy models of condensed matter physics.

22

## Конструктивное разложение квантовой системы на подсистемы

**Author:** Владимир Корняк<sup>None</sup>

**Corresponding Author:** vkornyak@gmail.com

Любое разложение квантовой системы на подсистемы подразумевает представление ее (глобального) гильбертова пространства в виде тензорного произведения (локальных) гильбертовых пространств подсистем. Это предполагает, что размерность глобального гильбертова пространства можно разложить в произведение (взаимно простых) локальных размерностей.

Можно показать, что в стандартной квантовой механике для данной факторизации размерности глобального гильбертова пространства все разложения, лежащие на орбите общей унитарной группы, действующей в глобальном пространстве, эквивалентны.

Аргументы конструктивности приводят к выводу, что естественной группой эквивалентности разложения является прямое произведение групп Клиффорда - конечных групп, важных в квантовой информатике, - действующих в локальных гильбертовых пространствах.

Китайская теорема об остатках обеспечивает связь между квантовыми числами системы и квантовыми числами ее подсистем.

23

## Single-qubit gate decomposition stable to Rabi-frequency fluctuations

**Authors:** Gleb Struchalin<sup>1</sup>; Varvara Mikhailova<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Lomonosov Moscow State University, Quantum Technology Centre

<sup>2</sup> Lomonosov Moscow State University

**Corresponding Authors:** glebx-f@mail.ru, varvara.mihailova@mail.ru

Single-qubit quantum gates in neutral-atom quantum computers are implemented via Rabi oscillations. An atom is excited by radio-frequency pulses or Raman-laser beams. From one execution of a quantum circuit to another, the Rabi frequency may fluctuate leading to degraded accuracy of single-qubit gates. One of fluctuation reasons is the thermal motion of an atom inside a dipole trap and the dependence of the intensity of the control radiation on the coordinate of the atom in space.

We explore decompositions of single-qubit gates into sequences of rotations about the X and Y axes, seeking stability against Rabi-frequency fluctuations. By considering small perturbations in the Rabi frequency, we develop a robust decomposition for gate operations that minimizes the sensitivity to such fluctuations, extending the fidelity of quantum gates beyond traditional decompositions.

We evaluate different decomposition strategies through numerical simulations using the NLOpt optimization library, comparing their performances and stabilities. Additionally, we present experimental results, evaluating our decompositions on neutral-atom computer developed at MSU.

24

## Quantum Information Scrambling and Entanglement: A Mathematical Connection

**Author:** Kapil Sharma<sup>1</sup>

<sup>1</sup> DY Patil International Univ

**Corresponding Author:** iitbkapil@gmail.com

Quantum Information scrambling is a measure of quantum chaos and attracted the huge attention of the quantum information community now a days. To perform this measure, the out-of-time order correlator (OTOC) operators are used. On the other hand, Wooters bipartite concurrence is a measure of bipartite entanglement, in this work we establish the mathematical connection between quantum information scrambling and Wooters concurrence and investigate the mathematical challenges to establish such connections in higher dimensional Hilbert spaces. By such a mathematical connection, one can directly measure either one of the quantity, once any one quantity is known.

25

## Long-time Markovian dynamics of open quantum systems in all the orders of perturbation theory

**Author:** Alexander Teretenkov<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Department of Mathematical Methods for Quantum Technologies, Steklov Mathematical Institute of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

**Corresponding Author:** taemsu@mail.ru

Usually the Markovian dynamics of an open quantum system arises in the Bogolubov-van Hove limit, which assumes the small coupling between the open system and its environment and appropriately long time-scale. For some specific physical models, namely, generalized spin-boson models in the rotating wave approximation, we show that under some natural conditions on so-called reservoir correlation functions the similar thing is true in all the orders of Bogolubov-van Hove perturbation theory. Markovian dynamics in the quantum case is typically defined as validity of the Gorini-Kossakowski-Sudarshan-Lindblad (GKSL) master equation for the density matrix and regression formulae for multi-time correlations functions. We show that the GKSL equation is valid in all the orders of Bogolubov-van Hove perturbation theory. But to reproduce the right asymptotic precision at long times, one should use an initial condition different from the one for exact dynamics. Moreover, we show that the initial condition for this master equation even fails to be physical. In particular, it may have negative populations. The regression formulae are not valid exactly, but should be renormalized in the similar manner as the initial condition. We call such a dynamics long-time Markovian one, because strictly speaking it is not Markovian, but all the non-Markovianity could be taken into account by such renormalization due-to non-Markovian dynamics in an initial layer, which is small with respect to the long time-scale separated by Bogolubov-van Hove scaling.

## The influence of the polaron effect on the single excitation migration in the molecular chain from donor molecule: non-adiabatic polaron model

**Authors:** Alexei Chizhov<sup>1</sup>; Dalibor Chevizovich<sup>2</sup>; Denis Shulga<sup>3</sup>; Sergey Shirmovsky<sup>3</sup>; Slobodanka Galović<sup>2</sup>; Vasilije Matic<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Laboratory of Radiation Biology, Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia

<sup>2</sup> Vinča Institute for Nuclear Sciences, Belgrade, Serbia

<sup>3</sup> Far Eastern Federal University, Vladivostok, Russia

**Corresponding Authors:** cevizd@vinca.rs, bobagal@vinca.rs

There are many processes inside living cells that are necessary for their functioning, during which different types of excitations are transmitted over long distances. Often, the transfer of excitation occurs at the submolecular level. For example, the energy required to carry out various physiological processes of the cell is generated by the hydrolysis of ATP to ADP. It is believed that the generated quantum of energy transmits to the place where it is used through a so-called molecular bridge – usually a polypeptide (protein) molecular chain. At the same time, although it travels a long distance, this energy is not lost in any dissipative process or in any other way. The mechanism of energy transfer is still the subject of vivid scientific discussion. The appropriate theoretical model must consider the quantum mechanical nature of the process and explain its stability and high efficiency. In the report, we will consider a single excitation injected into a structure consisting of a molecular chain, in the vicinity of which an additional molecule is located. An additional molecule interacts with the molecular chain and forms a unique quantum system with it. It also can inject or absorb excitation [1]. We will present the distribution of the probability of finding excitation along the molecular chain. The results were obtained using a model based on the assumption that excitation, due to interaction with thermal oscillations of the structural elements of the molecular chain, forms a state corresponding to a non-adiabatic polaron [1,2].

We will consider the process of excitation migration and the degree of correlation, including quantum entanglement, of the quantum states of different structural elements of the molecular chain. We will compare the results obtained using the polaron model with those predicted by the model that does not rely on the assumption of the polaron formation. In this model, the so-called quantum-classical formalism is used. According to the latter the excitation energy is a linear function of the molecules displacement from equilibrium positions [3-6]. In this case the classical dynamics of the molecules and environment affects the quantum dynamics of the excitation and vice versa, the quantum dynamics of excitation affects the classical dynamics of the molecules. In this approach, the signs of chaotic behavior of the excitation in the molecular system are clearly visible.

1. V. Matic, Z. Ivic, Z. Przulj, and D. Chevizovich Phys. Rev. E 109 (2024) 024401;
2. D. Chevizovich, in Nonlinear Dynamics of Nanobio-physics, edited by S. Zdravkovic and D. Chevizovich (Springer, Singapore, 2022).
3. Lakhno, V.D., 2002. Dynamics of the Hole Transfer in the Nucleotide Sequences. Moscow - Izhevsk, Russia.
4. Lakhno, V.D., 2005. Dynamical theory of primary processes of charge separation in the photosynthetic reaction center. J. Biol. Phys. 31, 145–159.
5. Shirmovsky, S.Eh., 2016. Quantum dynamics of a hole migration through DNA: A single strand DNA model. Biophys. Chem. 217, 42–57.
6. Shirmovsky, S.Eh., Chizhov, A.V., 2023. Modeling of the entangled states transfer processes in microtubule tryptophan system. BioSystems 231, 104967.

## On the dichotomy of “elementary versus composite” in Stratonovich-Weyl correspondence for qudits

**Author:** Арсен Хведелидзе<sup>1</sup>

**Co-author:** Ilia Rogojin<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Joint Institute for Nuclear Research

<sup>2</sup> JINR

**Corresponding Authors:** virus-atl@inbox.ru, akhvved@jinr.ru

The issue of evidence of a quantum system to be an elementary or a composite one is discussed within the Stratonovich-Weyl correspondence for finite dimensional systems.

The numerical experiments with a 4-level quantum system are performed in order to understand how its virtual 2-level subsystems manifest themselves in the properties of the Wigner quasiprobability distributions of quantum states.

The results of our studies show that “compositeness of a quantum system” is encoded not only in the density matrix of quantum state but in the structure of the Stratonovich-Weyl kernels as well.

28

## Quantum Evolution through the prism of operator growth

**Author:** Igor Ermakov<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Steklov Institute of Mathematics

**Corresponding Author:** ermakov1054@yandex.ru

Quantum circuits consisting of Clifford and matchgates are two classes of circuits that are known to be efficiently simulatable on a classical computer. We introduce a unified framework that shows in a transparent way the special structure that allows these circuits can be efficiently simulatable. The approach relies on analyzing the operator spread within a network of basis operators during the evolution of quantum circuit. Quantifying the complexity of a calculation by the number of operators with amplitude above a threshold value, we show that there is a generic form of the complexity curve involving an initial exponential growth, saturation, then exponential decay in the presence of decoherence. Our approach is naturally adaptable into a numerical procedure, where errors can be consistently controlled as a function of the complexity of the simulation.

[https://arxiv.org/pdf/2401.08187](https://arxiv.org/pdf/2401.08187.pdf)

29

## Using quantum wavelet transform to calculate the Allan variance of noisy signals

**Author:** Mikhail Basarab<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Bauman MSTU

**Corresponding Author:** basarab@bmstu.ru

The Allan variance [1] is now widely used in the analysis of noisy time series data in metrology, astrophysics, radiophysics, biomedicine, gyroscopy and navigation, et al. From a computational point of view, it is critical to calculate the Allan variation for real-time signals as well as for high

dimensional signals (e.g., noisy images). Previously, a relationship was established between the Allan dispersion and the coefficients of the Haar wavelet transform [2]. On the other hand, algorithms for quantum wavelet

transforms (QWTs), including the Haar transform, are well known [3]. In this report, for the first time an

algorithm for calculating the Allan variance for noisy time series using the quantum Haar transform is proposed. Complexity of the New algorithm is based on the analysis of computational cost of executing QWTs. Generalizations to the multidimensional case, as well as to the case of calculating other types of wavelet-like variances, are possible.

1.D.W. Allan. Historicity, strengths, and weaknesses of Allan variances and their general applications. *Gyroscopy Navig.* 2016, vol. 7, no. 1, pp. 1-17. DOI: 10.1134/S2075108716010028.

2.D.B. Percival. A wavelet perspective on the Allan variance. *IEEE Trans. on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control.* 2016, vol. 63 (4), pp. 538-554. DOI: 10.1109/TUFFC.2015.2495012.

3.M. Bagherimehrab and A. Aspru-Guzik. Efficient quantum algorithm for all quantum wavelet transforms. 17 September 2023. arXiv:2309.09350v1.

30

## **Некоторые математические аспекты использования вычислителей на основе квантового отжига для решения задач оптимизации сложных многопараметрических функций**

**Author:** Николай Владимирович Малетин<sup>1</sup>

<sup>1</sup> ЮУрГУ, лаборатория "Квантовая инженерия света"

**Corresponding Author:** maletinnv@my.msu.ru

Современные квантовые вычислители представляют из себя NISQ-устройства (Noisy Intermediate-Scale Quantum devices), и поэтому на них могут быть реализованы лишь алгоритмы, устойчивые к вычислительным ошибкам, а, следовательно, и физическим шумам, наиболее интересными из которых с практической точки зрения являются алгоритмы оптимизации. Несмотря на то, что в долгосрочной перспективе более удобными для реализации универсальных масштабных FTQC (Fault-Tolerant Quantum Computers) представляются сегодня вычислители вентильного типа (GTQC - Gate-Type Quantum Computers), в кратко и среднесрочной перспективах более привлекательными для решения практических задач оптимизации выглядят другой тип квантовых компьютеров –адиабатические квантовые компьютеры, или, точнее, их текущий вариант реализации, называемый квази-адиабатическими квантовыми отжигателями, на текущий момент существенно опережающими по количеству кубитов квантовые компьютеры вентильного типа.

Дополнительным преимуществом аннилеров является и то, что помимо собственно квантовых отжигателей (например, Diraq [1]) на сегодняшний день имеется определенное количество достаточно мощных гибридных отжигателей (например, D-Wave [2]), цифровых отжигателей –специализированных программно-аппаратных комплексов, предназначенных для решения задач оптимизации (например, Toshiba [3] и Fujitsu [4]), а также программных эмуляторов квантового отжига.

Данные устройства и программы предназначены для решения лишь одного класса задач – задач QUBO (Quadratic Unconstrained Binary Optimization), т.е. задачи нахождения глобального минимума квадратичной формы

$$Q(q_1, q_2, \dots, q_N) = \alpha_{00} + \sum \alpha_{ij} q_i q_j,$$

где  $q_1, q_2, \dots, q_N$  –бинарные переменные, которые могут принимать значения 0 или 1, а  $\alpha_{ij}$  –действительные коэффициенты связи, кодирующие условие задачи. Однако к задачам QUBO могут быть сведены многие задачи оптимизации и, кроме того, существуют стандартные базовые методы, позволяющие сделать это.

В научной литературе рассматривается возможность применения квантового отжига к решению ряда задач оптимизации, которые условно можно разделить по трем основным направлениям

практического и научно-практического использования:

- оптимальное управление и задачи дискретной оптимизации в экономике (логистика, маршрутизация, сценарное планирование, оптимальное управления портфелем и т.п.) [5];
- параметризация моделей сложных систем различной природы (материаловедение [6], геофизика [7], метеорология и пр.);
- обучение систем AI/ML.

Однако применение данного инструментария к задачам параметризации моделей, задаваемых сложными функциями с большим количеством переменных, сталкивается с существенными трудностями. С одной стороны, применение стандартных базовых методов сведения задач оптимизации к задачам QUBO сопровождается при масштабировании задачи нелинейным ростом количества необходимых дополнительных бинарных переменных. С другой стороны, во-первых, имеющиеся вычислительные системы имеют ограничения по количеству бинарных переменных  $q_k$  и количеству ненулевых коэффициентов связи  $\alpha_{ij}$ . Во-вторых, при масштабировании задачи качество получаемых решений достаточно быстро падает, а время расчета в гибридных и цифровых отжигателях нелинейно растет.

В свете сказанного актуальной представляется проблема разработки методов сведения задач многопараметрической оптимизации сложных функций к задачам QUBO с наименьшим количеством бинарных переменных. В докладе представлен как краткий обзор стандартных базовых методов сведения задач оптимизации к задачам QUBO, так и авторский метод, обладающий существенно лучшей масштабируемостью. Идея метода состоит в использовании разложения сложной оптимизируемой функции в ряд Тейлора, что позволяет декомпозировать исходную задачу оптимизации на несколько последовательных подзадач, часть из которых решается методами ML, а часть просто сводится к задачам QUBO существенно меньшего размера, чем это было бы при использовании стандартных базовых методов сведения. Метод разработан на примере одной из важных задач вычислительного материаловедения – задачи параметризации потенциалов межмолекулярного взаимодействия, однако, как представляется, применим к достаточно широкому кругу задач оптимизации сложных функций от большого количества переменных.

Список литературы:

- [1] <https://diraq.com/>
- [2] <https://www.dwavesys.com/>
- [3] <https://www.global.toshiba/ww/products-solutions/ai-iot/sbm.html>
- [4] <https://www.fujitsu.com/global/services/business-services/digital-annealer/>
- [5] Sheir Yarkoni, Elena Raponi, Thomas Bäck, Sebastian Schmitt, 2022, «Quantum Annealing for Industry Applications: Introduction and Review», <https://doi.org/10.1088/1361-6633/ac8c54>
- [6] Nikolay V. Maletin et al., 2023, «On the possibility of using quantum annealers to solve problems of parametrization of intermolecular interaction potentials», Laser Physics Letters, 20 115205, DOI 10.1088/1612-202X/acfd8e
- [7] Н.В. Малетин, 2023, «О возможности решения масштабных одномерных задач инверсии сейсмических данных на современных квантовых отжигателях», Геофизика № 2-2023, стр. 102, DOI 10.34926/geo.2023.59.58.012

## Однонаправленные квантовые вычисления и принцип acausal-ity

**Author:** Michael Popov<sup>1</sup>

<sup>1</sup> OMCAN Mathematical Institute University of Oxford

**Corresponding Author:** quantlab@outlook.com

Стандартные квантовые вычисления основываются на последовательности унитарных квантовых логических переключателей обеспечивающих прохождение кубитов. Однонаправленный квантовый компьютер ( one - way quantum computer или Measurement Based Quantum Computer, MBQC) предложенный Рауссендорфом ( Raussendorf ) и Брейгелем ( Briegel ) представляет совершенно новую идею того, как квантовые вычисления могут работать вообще. Основу составляют кластерные состояния множества кубитов ( они могут возникать из цепочек спинов через известные в физике твердого тела взаимодействия Изинга ), измерения которых создают временную последовательность при уничтожении ресурсного изначального состояния. MBQC могут стать основой универсальных квантовых компьютеров, так как кластерные состояния обладают специальными корреляциями между кубитами и легко обобщаются с помощью FP1+FP2 принципа Цайлингера ( Zeilinger, 1999,2010 ). Согласно Цайлингеру кластерные состояния MBQC напоминают Вавилонскую Библиотеку Борхеса и могут пониматься как случаи acausality ( не каузальности ). Математически, такая acausality поразительным образом описывается решением ABC проблемы в Интер - Универсальной Теории Тейхмюлера современного японского математика Мочидзуки. Экспериментальные приближения к MBQC Цайлингера и другие приложения однонаправленных квантовых вычислений также обсуждаются.

32

## Quantum computing with qudits

**Authors:** Aleksey Fedorov<sup>1</sup>; Anastasiia Nikolaeva<sup>1</sup>; Evgeniy Kiktenko<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Russian Quantum Center

**Corresponding Authors:** anastasiia.nikolaeva21@gmail.com, e.kiktenko@rqc.ru, lex1026@gmail.com

Recent progress in a development of quantum computing platforms operating with qudits ( $d$ -dimensional quantum particles with  $d > 2$ ) rises important questions of how such platforms can be used in the most efficient way for implementing known quantum algorithms. We are going to discuss possible approaches for implementing quBit-based circuits with quDit-based hardware. These approaches include (i) employing “higher” qudits’ levels for substituting ancillary qubits in decomposition of multi-qubit gates, (ii) encapsulating computational space of several qubits in a single qudit, and (iii) combination of (i) and (ii). Special attention will be given to implementation of the approaches for trapped ion-based qudit systems with Mølmer–Sørensen gate as a native two-particle gate, and transmon-based superconducting qutrits. Recent experimental results will be also highlighted.

33

## Advancements in Quantum Computing in Egypt: A Journey with the Alexandria Quantum Computing Group

**Author:** Ahmed Younes<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Faculty of Science, Alexandria University

**Corresponding Author:** dr.a.younes@gmail.com

Alexandria Quantum Computing Group (AleQCG) has been at the forefront of quantum computing research in Egypt since 2016. Situated in the Department of Mathematics and Computer Science at the Faculty of Science, Alexandria University, Egypt, AleQCG focuses on various aspects of quantum computing:

1. Quantum Algorithms: AleQCG designs novel quantum algorithms to address complex computational problems, leveraging the unique properties of quantum systems.
2. Quantum Circuit Synthesis and Optimization: The group conducts pioneering research in optimizing quantum and reversible circuits,

ensuring efficient utilization of quantum resources.

3. **Quantum Machine Learning:** AleQCG explores the intersection of quantum computing and machine learning, aiming to unlock new capabilities through quantum-enhanced models.
4. **Quantum Cryptography:** Investigating secure communication protocols based on quantum principles, AleQCG contributes to the field of quantum-safe cryptography.

5. **Quantum Dot Cellular Automata:** The group explores alternative quantum computing paradigms, including quantum dot cellular automata, which holds promise for future quantum technologies.

AleQCG has made significant contributions to integrating quantum computing into the curricula of various institutions in Egypt at the BSc, MSc, and PhD levels. Many Master's and PhD students from Egypt and the Middle East have graduated under their guidance. Additionally, AleQCG has successfully completed several projects funded by the ASRT (Academy of Scientific Research and Technology).

The group has established the Center of Excellence for Quantum Computers at Alexandria University, serving both the community and researchers. AleQCG played a key role in establishing and coordinating the Professional Master's program in Quantum Computing and Quantum Informatics offered by Alexandria University.

Furthermore, AleQCG collaborates extensively with institutions across Egypt, the Middle East, Africa, and worldwide. They organize workshops and participate in global events to raise awareness about the importance of quantum computing. Notably, the group represents Egypt in initiatives such as QWorld and World Quantum Day.